What's fun in EE

臺大電機系科普系列

開車難嗎，還是騎腳踏車比較難？

連豐力／臺大電機系教授

1. 前言：說明一些現象，例如：騎腳踏車，開車，倒單擺，玩掃把，飛機飛行等。
2. 討論：穩定度分析，迴授機制 的想法與原理，以及實例。
3. 廣泛討論相關的案例：飛機，捷運，101 大樓平衡，智慧車，機器人，
   自然反應，人體反應。
4. 介紹自動控制領域修習的課程。

您會騎腳踏車嗎？
我想您應該會騎腳踏車吧。
您可能每天會騎腳踏車到學校，
或者是在放假的時候，騎著腳踏車到河邊、去郊遊、
也可能是騎到上山去練身體。
但是，您知道您為什麼會騎腳踏車嗎？

資料來源：IEEE Control Systems Magazine, August 2005

臺灣大學電機工程學系
10617 台北市 大安區 羅斯福路四段 一號
Email: dept@cc.ee.ntu.edu.tw
http://www.ee.ntu.edu.tw/

另外一個問題，您會開車嗎？
我想您可能不會，因為，您還沒考過駕照吧。
但是，您應該開過兒童樂園裡的碰碰車吧！

所以，您覺得開車比較難，還是騎腳踏車比較難呢？

感覺上，您可能覺得開車比較難，因為可能需要先去駕訓班練習開車的技巧，然後，努力考取駕照。
開上路之後，還需要面對道路上許許多多橫衝直撞的車子！
反過來說，騎腳踏車這件事，只要踩上去就往前走了，把龍頭或把手左右擺動，就可以改變不同的方向。

可是，您知道嗎，從科學的角度來說，騎腳踏車卻是一項比較難的任務喔！

這個答案的理由是：因為腳踏車不騎的時候，就會倒掉了，
反過來說，汽車不開的時候，它是不會改變它的原本的狀態。
這個理由聽起來有點像是牛頓第一運動定律：“靜者恆靜，動者恆動”的感覺。
沒錯，是有那麼一點味道。
因為：腳踏車與汽車不管在停止的時候或者是運動中，都是受到各種外加的作用力影響。
靜止的汽車，其所受的重力剛好等於地面的支撐力，所以，汽車的狀態並不會改變。
但是，腳踏車不騎的時候，由於受到重力的影響，有可能會使得腳踏車車體向左或向右傾斜。
因此，為了不讓腳踏車傾倒，則必須要一直騎著或是擺動著腳踏車。
這時候，可能有人會問：
我卻可以讓腳踏車正立著，不用騎而且不用擺動，就可以維持腳踏車正立的姿態！
沒錯，這是一種可能的狀態。
可是，這到底是什麼原因呢？
其實，這是一種叫做穩定度（Stability）的性質，這是所有的動態系統中所存在的最基本的一個性質。
藉由分析一個動態系統的穩定度，
我們就可以了解這個動態系統的基本特性，進而操控這個系統，或者是設計不同的應用場景。

舉一個最簡單的例子來說明這個現象。
如圖 A 所示，這是一個單擺的兩種可能的姿態。
當角度的數值 x 在 0 度附近的時候，我們稱之為正單擺，
當角度的數值 x 在 180 度附近的時候，我們稱之為倒單擺。

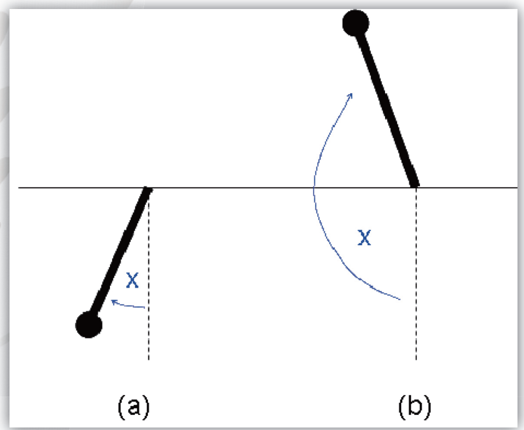


圖 A　正單擺與倒單擺

根據牛頓第二運動定律，這個單擺的運動方程式，可以寫成下列運動方程式：

$$\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{L}\sin(x)=0 \tag{1}$$

其中，g 是重力加速度，L 是單擺的長度。

注意：從這個運動方程式可以瞭解，單擺的角度與角速度的數值與單擺的質量無關，

只跟單擺的擺長與重力加速度有關。

為了分析這個運動方程式的特性，我們可以進一步的定義另一個變數：角速度 w

也就是，角速度是速度的變化量。

因此， $$w=\frac{dx}{dt} \tag{2}$$

角加速度 $$a=\frac{dw}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2} \tag{3}$$

所以，上面的運動方程式即可改寫成這一組方程式：

$$\frac{dx}{dt}=w \tag{4}$$

$$\frac{dw}{dt}=-\frac{g}{L}\sin(x) \tag{5}$$

然後，為了討論這個系統的穩定度，我們需要先定義一個叫做平衡點的變數值。

所謂的平衡點，也就是，隨著時間的變化，該系統中所有的變數都會繼續維持常數，並不會改變。

有點像是，牛頓第一運動定律的感覺。

也就是，在 (4) 與 (5) 中，讓會變化的變數等於零：

$$\frac{dx}{dt}=0 \tag{6}$$

以及

$$\frac{dw}{dt}=0 \tag{7}$$

接下來，我們就可以獲得下列的關係式：

$$w=0 \tag{8}$$

以及

$$-\frac{g}{L}\sin(x)=0 \tag{9}$$

(8) 告訴我們，角速度等於 0，就是沒有速度，這個很合理，

進一步計算 (9) ，可以獲得： $\sin(x)=0$

也就是，可以獲得下列無限多組解： $x=0,\pm\pi,\pm 2\pi,\cdots$ 。

所以，這些解， $w=0$ and $x=0,\pm\pi,\pm 2\pi,\cdots$

就是這個單擺系統的平衡點。

在數學上，雖然 x 有無限多解，但是，在物理上，其實只有兩個位置或姿態，也就是：

靜止於正單擺直立 $(x = 0, w = 0)$

與倒單擺倒立 $(x = \pi, w = 0)$ 的兩個位置。

由於，在正單擺的例子之中（如圖 A(a) 所示），
如果此單擺稍微離開這個平衡點不太大的地方之後，
隨著時間變化，重力的影響，剛好都可以把單擺往回拉，
因此，其所展現出來的角度值與角速度值都只會是在一個小數值範圍之內，
也就是：$|x(t)| < a$ and $|w(t)| < b$ ，a, b 是已知的正的常數。
因此，這個平衡點，就是一個穩定的平衡點。
反過來說，由於，在倒單擺的例子之中（如圖 A(b) 所示），
如果此單擺稍微離開這個平衡點不太大的地方之後，隨著時間變化，重力的影響，
剛好都會將單擺拉開，因此，其所展現出來的角度值與角速度值卻會是越變越大，
永遠不可能轉回來原來的這個位置，因此，這個平衡點，就是一個不穩定的平衡點。

鐘擺，盪鞦韆，遊樂園的海盜船等，都是一個在穩定平衡點附近運動的系統，因此，不會有任何危險性。

反過來說，騎腳踏車，打陀螺，開飛機，倒立掃把，倒轉盤子，以及站立於大球之上等，
都是在不穩定的平衡點上運動的系統，基本上來說，這些系統都是具備有危險性的系統。

然而，一個很嚴重的問題來了，既然這些危險的系統是在不穩定的平衡點上運動，
那麼，我們為什麼可以在這些不穩定的平衡點上持續運動呢？
而且，在這些系統的這些變數數值，卻不會隨著時間的演進，真的越變越大了？
也就是，他們似乎一直在這個平衡點附近呢？

這個問題的答案，就是因為：這些系統都是已經被控制了！
精確一點的說明是：
在這些不穩定的系統中，必須採取一種叫做迴授控制（feedback control）的機制，以維持這些系統的狀態，
不會持續偏離預計運動的範圍。
所謂的迴授控制，就是，在這些系統中，經由量測到某些變數的數值，
然後，適當的調整可以改變這些變數的因素，
例如：利用馬達輸入一些力矩來改變角度值，或者是騎腳踏車時，
藉由調整龍頭把手的位置，以控制腳踏車車體的傾斜程度。
所以，藉由隨時感覺到腳踏車車體的姿態（例如：前進速度，傾斜角度等），
然後，隨時適當地調整腳踏車的方向或動作，這樣子就可以持續的維持車體直立的狀態。
如果調整的技術不好，或者是不對，車體的姿態就可能無法維持很好。
這就是迴授控制的基本原理。

試想一下，您如果把掃把倒立的時候，您是否需要先感受掃把的角度，
然後，調整您的手的位置，使得掃把可以一直在倒立姿態的附近。
但是，如果您的調整機制弄錯了，您就會越來越費力，而且可能很難將掃把拉回到倒立的姿態。

簡單來說，迴授控制可以用下列方程式來表示：

$u(t) = - K (x(t) - r(t))$

其中： $x(t)$ 是目前量測到的變數的數值，

$r(t)$ 是理想的數值或狀態，例如：$r(t) = 180$ 度或是 π

K 是一的正數的比例值，

u 是實際操控系統的控制量。

這個公式的意義是：

如果誤差值 ($x(t) - r(t)$) 是正的，則 $u(t)$ 需要一個負的修正量。

如果誤差值 ($x(t) - r(t)$) 是負的，則 $u(t)$ 需要一個正的修正量。

想想看，您在騎腳踏車或者是在玩倒立掃把的時候，是不是正在執行這樣的迴授控制呢！

所以，在電機系的自動控制科學之中，

我們主要所探討的就是：(1) 分析平衡點的穩定度，以及 (2) 設計迴授控制的機制，

兩項重要的系統設計上的特性。

除了騎腳踏車，玩掃把倒立與陀螺之外，在日常生活之中，還有許許多多很重要的具有自動控制機制的系統。

在交通方面，從一輛車子的自動排檔，到 ABS 防止鎖死煞車系統，以及定速駕駛與駕駛週邊環境安全維護，

到交通號誌的時間控制，高速公路流量控制，大眾運輸系統的派車與行車規劃，

都是需要進行穩定度分析以及迴授控制設計，以使得整理系統在執行可以保證其安全性與舒適性。

另一個例子，是飛機的導航與自動駕駛。

一架飛機則是一個具有成千上萬個自動控制迴授機制的系統，藉由這些迴授控制的運作，

使得機長與塔台才能夠安全地操控飛機的起飛與降落，以及在巡航的過程中，

機長才能夠在駕駛飛機的過程中，同時享受他的牛排大餐與紅酒！

除此之外，在高樓大廈，橋樑等，也都存在著許多迴授控制的機構。

例如：臺灣最高的大樓：臺北 101 大樓，

因為高度太高，常常受到高空強風的吹襲。

所以，較高樓層就會被吹得搖搖晃晃的。

為了不讓臺北 101 大樓會搖搖晃晃，在 88 至 92 樓之間，

已經擺置了一個（如圖 B 所示）重達 660 公噸的巨大鋼球。

這個鋼球是一個所謂的阻尼器，

主要是藉由主動式迴授控制來擺動這個鋼球，

以減緩整個建築物的晃動幅度。

所以，藉由量測風的吹襲的力量，以及大樓的傾斜角度，

然後，即時控制這個阻尼器產生一個反作用力，

以拉回大樓的位置，

這樣子，在大樓內的人，就不會感受到大樓搖晃的情況。

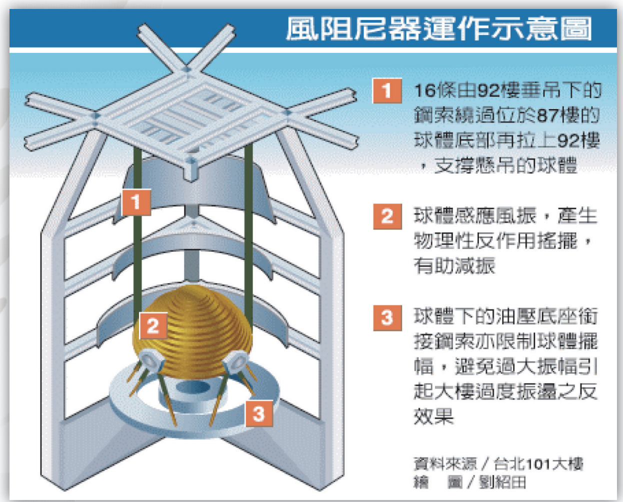


圖 B　臺北 101 大樓阻尼器。資料來源：臺北 101 大樓。

同時，在動物以及我們人體之內，
也是存在著許許多多的迴授控制的機制。
例如：
在行走或是運動的過程中，
我們經由耳朵內的三小聽骨感受到我們所站立的姿態，
然後，告訴腳或是手等如何去調整下一個階段的動作，
以維持整體運動的姿態。
另一個較具體的例子，如圖 C 所示，
是一隻貓咪從空中掉下來，可以剛剛好站立在地面上。

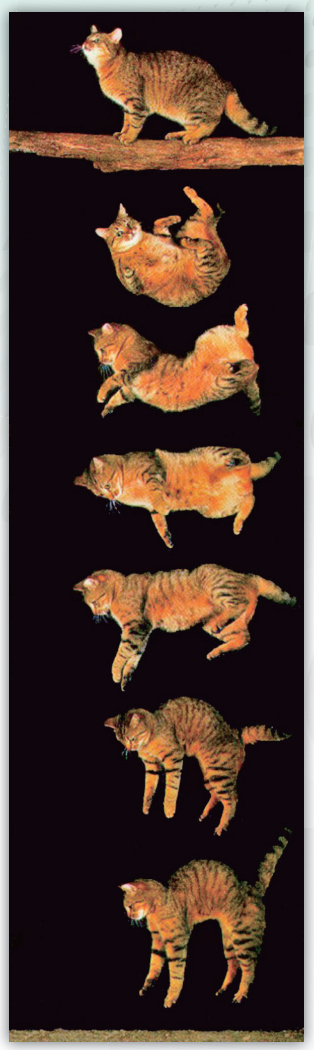
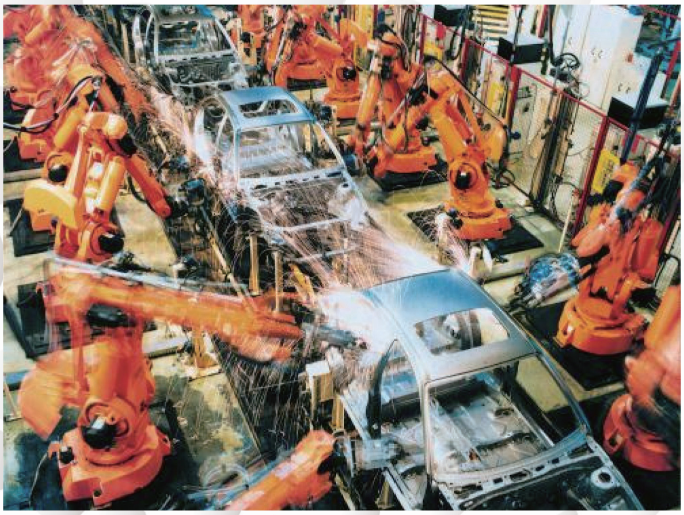


圖 C　貓的自動控制

資料來源：A Minor History Of Falling from Great Heights
http://www.cabinetmagazine.org/issues/32/foer.php

藉由認識動物的運動模式，理解他們的迴授控制機制，
我們已經設計出許許多多的機器人，
從設計機器手臂從事生產製造，
到幫助強化人類手部與腳部的運動，
到全方位的照顧與照護等，
這些機器人的發展的基礎，
都是完全仰賴自動控制的迴授機制，
才能夠讓確保這些機器人所提供的服務的安全性與性能品質。

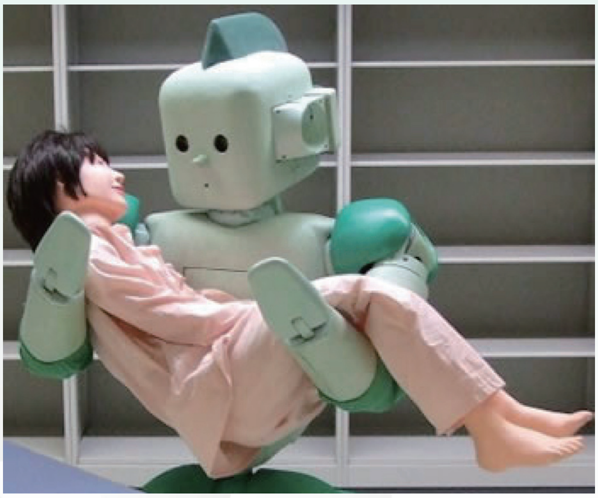


大量機器手臂用於生產線上，增加產量，以及保護人類安全。

資料來源：Purpose and Use of Robots
http://awarobotics.edublogs.org/2009/02/06/purpose-and-use-of-robots/

用於腳部之機器輔助機構，可以增加人類的行動力與負載力。

資料來源：Robot suit will help quadriplegic scale the heights
http://www.theage.com.au/news/breaking/robot-suit-will-help-quadriplegic-scale-the-heights/2006/04/04/1143916503382.html



用於醫療照護之機器人，可以減輕護理人員的負擔。。

資料來源：RI-MAN And Roujin-Z Robots: Elder Care Fact And Fiction
http://www.technovelgy.com/ct/Science-Fiction-News.asp?NewsNum=576

用於手部復健機器手臂實驗平台。

資料來源：臺大電機系尖端控制實驗室

總結來說，
自動控制是一門有趣的科學，也是一門設計藝術，同時，它也是一項邏輯哲學。
自動控制所討論的課題並不只侷限於電機電子的系統，
它所討論的範圍包括：機械、土木、化工、航空太空等工程系統與自然界的生物系統與環境系統。
基本上來說，研讀自動控制這門學問，主要包括三個重要部曲：
(1) **模式建立**（Mathematical Modeling），
(2) **系統分析**（System Analysis），
(3) **迴授設計**（Feedback Design）。
模式建立是將所要瞭解的系統以符合物理學或是生物學原理，
利用相關的數學工具以建立一組可以表現此系統之動態行為的微分方程式或是差分方程式；
系統分析乃是利用依據系統理論所發展出來的定理進一步瞭解以數學方程式所代表的系統，
其行為表現特性為何；
如果上述分析的結果並不符合系統運作的需求，則必須要進一步利用迴授原理進行控制設計，
以利整體系統符合運作上需求。

就如剛剛所提到的騎腳踏車為例：
如果您設計了一輛腳踏車，而且您需要瞭解您的腳踏車的性能如何？
則在**第一部曲**，您需要利用您在物理所學的運動定律與動力原理，寫出一組描述此腳踏車的數學微分方程組。
此方程組中變數的數量，乃是依據您所要描述的系統範疇而有所不同。
例如：想要瞭解此腳踏車上任何會變動的變數，則可能需要數十個變數，其中包含：
腳踏車在二度空間的 x, y 座標與速度、
兩輪本身的轉速、
前後齒輪的轉速、
充氣輪胎運轉時上下震動的震幅大小等。

如果只要瞭解在二度平面上的運動軌跡，則可能需要數個變數。
例如：x, y 座標值和速度與腳踏車傾斜的角度等。
在這些變數中，一般可以分類為：
輸入變數，輸出變數，以及內在變數。
輸入變數是可以用來改變此系統狀態的變數，例如：在腳踏車中的把手，踏板。
輸出變數則是可以量測到的變數，例如：前進速度。
內在變數通常指的是無法直接量測到的變數，例如：前後輪的轉速，或輪胎上下震動的震幅等。

接著在**第二部曲**中，則是利用系統理論，進一步分析此組代表腳踏車的微分方程式，
以瞭解所代表的腳踏車其特性為何。
其中的系統特性包括：穩定性，可控制性，可觀察性等，以及在時間軸域與頻率軸上的規格需求：
例如：rise time, settle time, overshoot, bandwidth 等。
所使用到的工具包括：觀察 impulse response 所展現出來的響應圖，
或者是利用 Fourier transform 觀察此系統在頻率軸上所展現出來的頻譜響應特性。
另外，亦可以利用 Laplace transform（continuous-time）或是 z-transfrom（discrete-time）的轉換，
進而觀察此系統在 s-domain 或者是 z-domain 上，其 pole 與 zero 的位置，
此位置乃是代表此系統的穩定度與其他性能上的表現。
另外，將描述此腳踏車的微分方程組轉變成利用矩陣與向量的形式所表示的動態方程式，
其中幾個代表性的矩陣，
其特徵值（eigenvalue）與特徵向量（eigenvector）與此系統的穩定度與相關性能上的表現亦有著密切的關係。

如果上述的分析結果不符合需求，例如：系統為不穩定，rise time 太慢等，
則需要利用控制**第三部曲**的迴授設計法則。
迴授設計的基本原理乃是希望能夠改變或者是改善原先系統所存在的基本特性，
例如：使不穩定的系統變成穩定，讓反應慢的系統變快，讓震盪的系統變成穩重等。
以腳踏車為例，經過第二部曲的分析可得知，腳踏車為一個不穩定的系統，
也就是，不施以任何外加的力量，腳踏車會傾倒，將不會乖乖的往前走。
因此，一個熟練的車手將會藉由把手與踏板的“適時地”搭配，才能把腳踏車操控到理想的狀態。
反過來說，如果您是腳踏車的初學者，則您所操控的自行車將會搖搖擺擺，甚至會偶而倒下來（變成不穩定了）。

所以，在自動控制這個領域之中，我們會先研讀**“控制系統”**與**“線性系統”**這兩門學問。
“控制系統”是在討論基本的模式建立法則（第一部曲），
以及利用在信號與系統中所討論到的 s-domain 的特性與根軌跡法（root locus），
以及在頻率域的頻率響應（Bode plot etc.）法則等，進行系統分析（第二部曲）與迴授設計（第三部曲）。
“線性系統”則是利用微分方程與線性代數這兩門課中所討論的工具，
拿來進一步分析系統的特性（第二部曲），以及提供迴授設計的原理（第三部曲）。
同時，**“控制系統”**比較著重於單一輸入與單一輸出的系統，
以及發展於較早期的古典控制法則（classical control），
這些法則通常是不需要電腦的輔助，利用簡單的紙筆即可進行分析與設計。

而**“線性系統”**則是結合矩陣與向量等易於電腦運算的工具等的現代控制法則（modern control），
進行多輸入多輸出的大型系統之分析與設計。
上述兩門課主要是在探討連續時間上的課題，
針對數位信號與離散時間的同類問題則是在**“數位控制”**這門課中討論。

除了上述的自動控制組的基礎課程之外，在研究所階段核心課程包括：
系統理論部分：
高等線性系統：針對較深入的線性系統理論。
非線性系統分析：顧名思義，著重於非線性的系統特性的相關理論。
離散事件動態系統：主要在描述依據事件發生之因果關係所建立的系統行為模式。
混合系統與控制:主要討論系統行為變化模式依據的不僅僅是與時間相關的，同時與所存在的狀態有關的變數。

高等自動控制演算法的部分：
最佳控制：利用最佳化理論設計各項需求規則皆為最佳化的設計法則。
強健控制：探討系統中存在不確定參數時，藉由瞭解此不確定性參數之最大值，
設計一套能夠強力克服此一不確定性因素之控制器。
適應控制：探討系統中存在不確定參數時，藉由系統參數的即時調變，
適時地調整控制輸入的大小，維持整體系統的性能。
隨機控制：探討系統中存在不確定變數時，利用機率與統計等工具設計迴授控制控制，維持整體系統的性能。
智慧型控制：探討智慧型迴授控制法則設計，主要是模糊理論與運算。
類神經控制：探討利用類神經法則設計迴授控制。

自動控制系統應用部分：
機器人學、彈性製造系統、半導體製程，遙測原理、精密運動控制，衛星姿態控制與定位、生產自動化等。